

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in  
Kaiserslautern**

**Semester:** Sommersemester 2011

**Abschlussprüfung:** Mathe für W1

**Datum:** 28.06.2011

**Dauer:** 90 Minuten

**Prüfer:** Dr. Jens Siebel

**Aufgabe 1**

a) Wir haben die Mengen  $M_1 = \{-4; -3; -1; 2; 5; 11\}$  und  $M_2 = \{-4; -2; 1; 2; 5; 9\}$ .

Bestimmen Sie: a1)  $M_1 \cup M_2$ , a2)  $M_2 \setminus M_1$ , a3)  $M_1 \cap M_2$ , a4)  $M_1 \cup \mathbb{Z}$  (je 1 Punkt)

b) Vereinfachen Sie bis nur noch ein  $x$  übrig ist:

b1)  $(\sqrt[6]{x})^{\frac{5}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ , b2)  $\frac{x^{-7} \cdot (x^5)^{11}}{x^2}$  (je 1 Punkt)

c) Schreiben Sie  $\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{3}{5} + \frac{4}{6}$  in Summenschreibweise (2 Punkte).

d) Berechnen Sie  $\sum_{i=6}^9 (i^2 - 3 \cdot i)$  (2 Punkte).

e) Berechnen Sie: e1)  ${}_7 \log(58)$ , e2)  $\binom{7}{4} + \binom{7}{5}$  (je 1 Punkt)

**Aufgabe 2**

a) Zeichnen Sie folgende Funktionen in ein Diagramm:

$$f(x) = e^x, g(x) = e^{x+1}, h(x) = e^x - 1, i(x) = -e^{-x} \quad \mathcal{D}_f = \mathcal{D}_g = \mathcal{D}_h = \mathcal{D}_i = \mathbb{R}$$

(je 1,5 Punkte)

b) Wie lautet die Funktion  $g(x)$ , wenn Sie im Vergleich zu  $f(x) = x^3$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

- um 2 Einheiten nach links verschoben,
- um den Faktor 0,5 gestaucht,
- und an der y-Achse gespiegelt ist? (3 Punkte)

c) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von  $f(x) = x^2 - 2 \cdot x + 1$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$  und

$$g(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 1 \quad \mathcal{D}_g = \mathbb{R} \quad (3 \text{ Punkte}).$$

Abschlussprüfung: Mathe für W1, Sommersemester 2011, 28.06.11

**Aufgabe 3**

a) Sie legen einen Kapitalbetrag  $K_0$  für 15 Jahre an. Wie hoch muss der Zinssatz sein, damit sich das Kapital verdreifacht? (2 Punkte)

b) Bestimmen Sie den Barwert einer 16-jährigen vorschüssigen Rente mit einer jährlichen Rate von  $r=567,29\text{€}$  bei einem Zinssatz von 3,6%. Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau (2 Punkte).

c) Ein Sportler absolviert ein zwölfwöchiges Vorbereitungstraining für einen Marathonlauf. In der ersten Woche läuft er 50 km. Jede Woche erhöht er die Kilometerzahl um 5 km.

c1) Wie viele Kilometer läuft er in letzten Vorbereitungswoche?

c2) Wie viele Kilometer läuft er in der Vorbereitung insgesamt?

(jeweils 2 Punkte)

d) Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von geometrischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

d1) Gegeben:  $a_1 = 4, q = 5$ . Gesucht:  $a_4, s_4$

d2) Gegeben:  $q = -2, s_3 = 11$ . Gesucht:  $a_1, a_3$

(je 2 Punkte)

**Aufgabe 4**

a) Bestimmen Sie für folgende Funktionen die maximal mögliche Definitionsmenge

$\mathcal{D}_f$ , die Nullstellen und den Schnittpunkt mit der y-Achse (falls vorhanden):

a1)  $f(x) = \ln(2 \cdot x^2 + 1)$  (3 Punkte), a2)  $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$  (5 Punkte)

b) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

b1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2 \cdot x - 3}{5 \cdot x^2 - 11}$  (2 Punkte), b2)  $\lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{4}{3-x}$  (2 Punkte)

**Aufgabe 5**

Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungen und Ungleichungen:

a)  $\frac{-3}{|x-14|} = -12 \quad \mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 14\}$  (4 Punkte)

b)  $\frac{2}{2 \cdot x - 7} \leq 11 \quad \mathcal{D} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{7}{2}\right\}$  (4 Punkte), c)  $2^{x^2-6} = 4^{x+3} \quad \mathcal{D} = \mathbb{R}$  (4 Punkte)